Módulo 2.Geometría

- Dibujar o construir.
- Dibujar objetos geométricos con el editor gráfico
- Construcciones con polígonos.
- Geometría del triángulo: puntos notables y teorema de Pitágoras
- Propiedades de los polígonos: cálculo de áreas, estudio de las diagonales...
- La geometría del plano: vector entre dos puntos, recta que pasa por dos puntos, recta paralela a una recta dada que pasa por un punto exterior, ángulo entre rectas, distancia entre rectas...
- Transformaciones geométricas: Simetrías, rotaciones, traslaciones, homotecias.
- Curvas cónicas
- Estudio geométrico de imágenes

Copyright 2026

Dibujar o construir.

Cuando empezamos a trabajar con GeoGebra podemos tener la tentación de dibujar un triángulo rectángulo (por ejemplo) a partir de la cuadrícula con la herramienta “Polígono”. El problema es que, moviendo cualquier punto, se desmonta la figura. Un dibujo puede interesar en un momento dado, pero siempre conviene optar por la construcción. Aunque en las explicaciones que vengan a continuación hablaremos de “dibujar” siempre nos referiremos a objetos geométricos individuales. Una construcción estática es más elaborada que un dibujo pero el resultado sigue siendo poco útil.

Las construcciones dinámicas permiten mostrar (en ningún caso demostrar) determinadas propiedades de forma dinámica moviendo sus elementos. Veremos diferentes ejemplos a lo largo del curso.

Para un dibujo o una construcción estática bastan pocas herramientas, pero estamos muy limitados para utilizarlo en el aula dado que solo se podrá mostrar algún aspecto puntual. Veámoslo en un ejemplo concreto: la construcción de un triángulo dados los tres lados de este. Para ello procedemos como sigue con las herramientas correspondientes (ocultad los ejes en la Vista Gráfica):

- Dibujamos un Punto. 
- Un Segmento de longitud dada con un primer lado. 
- Una circunferencia con centro en el extremo del segmento y radio un segundo lado. 
- Una circunferencia con centro en el primer punto y radio el tercer lado. 
- Hallamos la intersección de las dos circunferencias. 
- Dibujamos el polígono con los dos extremos del segmento y uno de los puntos de intersección (GeoGebra nos da las dos soluciones si las hay). 

La longitud del segmento y el radio de las circunferencias nos los pide el programa en una ventana emergente.

El resultado es una figura rígida, aunque la podamos desplazar por la Vista Gráfica. Todos los datos son fijos y no los podemos modificar sin volver a empezar el proceso.

Veamos ahora otra construcción de un triángulo más elaborada, pero con los mismos inconvenientes. Nos dan uno de los lados y dos ángulos. Veremos el caso más sencillo:

- Dibujamos un Punto. 
- Un Segmento de longitud dada con el valor del lado. 

Copyright 2026

- Introducimos un primer ángulo con la herramienta “Ángulo dada su amplitud”, clicando en el extremo del segmento y en el primer punto (sin borrar el símbolo de grados porque no es el del teclado) 
- Aparece un tercer punto que unimos al primero mediante una recta. 
- Repetimos el proceso con el segundo ángulo clicando en el primer punto y luego en el extremo del segmento de longitud dada.
- La intersección de las dos rectas nos dará el tercer vértice. Ya solo nos quedará dibujar el triángulo.

De nuevo obtenemos una figura que tiene un dinamismo mínimo y que no aporta nada al alumnado que podría haber seguido el mismo procedimiento con papel, lápiz y transportador.

Si el segundo ángulo es el opuesto al lado que nos dan tendremos que recurrir a la construcción del arco capaz que veremos más adelante.

También podemos construir triángulos con apariencia de triángulos equiláteros. Solo uno de ellos lo será por construcción. Todos serán iguales a la vista... hasta que movamos sus vértices.

Copyright 2026

Dibujar objetos geométricos con el editor gráfico

Puntos, rectas (paralelas, perpendiculares, bisectrices, mediatrices...), semirrectas, circunferencias (a partir de centro y radio, a partir de 3 puntos dados...), polígonos regulares...

En este video se explican algunas cuestiones básicas sobre el funcionamiento de GeoGebra que hay que tener muy en cuenta.

https://www.youtube.com/embed/aAvhWB27M9A

Añadiremos dos cuestiones más. Todas las herramientas son muy intuitivas de usar y cada objeto que crean tiene un conjunto de propiedades que se pueden modificar en la configuración como hemos visto en el video. Además, podemos seleccionar que herramientas se pueden visualizar principalmente si queremos que el alumnado trabaje con una aplicación que hayamos hecho. Para ello iremos al menú "**Herramientas**"(en las tres líneas horizontales en la parte superior derecha de la ventana de la aplicación) y clicamos en "Personalizar la barra de herramientas"

Copyright 2026

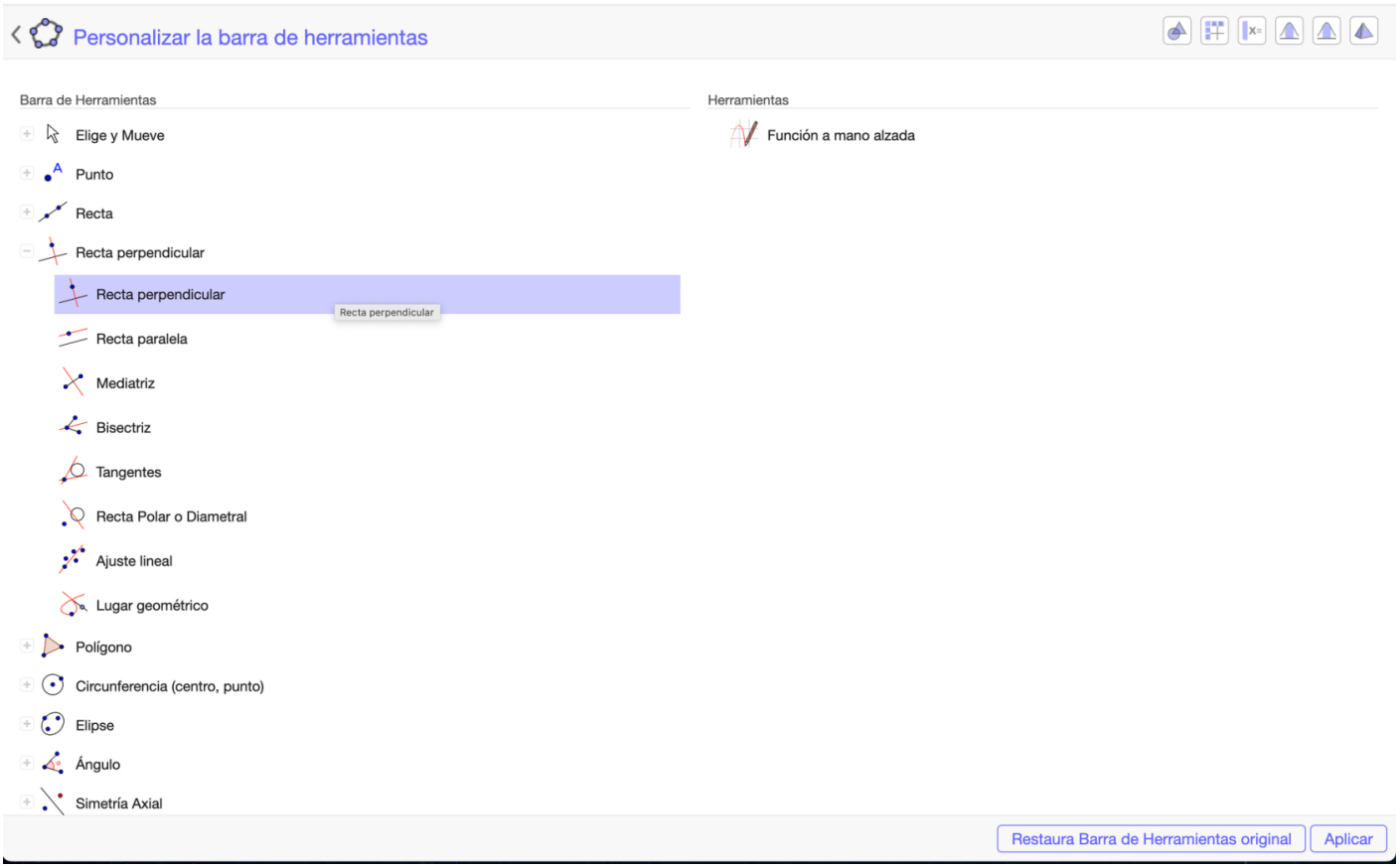


Fig. 2-1 Personalizar la barra de herramientas

Podemos desplazar con el ratón las herramientas de un lado a otro. A la derecha están las ocultas y a la izquierda las visibles. Hay una barra de herramientas para cada Vista del GeoGebra. La podemos seleccionar en la parte superior derecha de la ventana.

Por otra parte, veréis que el programa dispone de un teclado propio que aparece cuando vamos a escribir en la línea de Entrada. Dispone de varios tipos de símbolos y caracteres que podéis ir viendo, clicando en cada una de las pestañas que están a disposición del usuario. No siempre es fácil encontrar el símbolo que nos interesa.

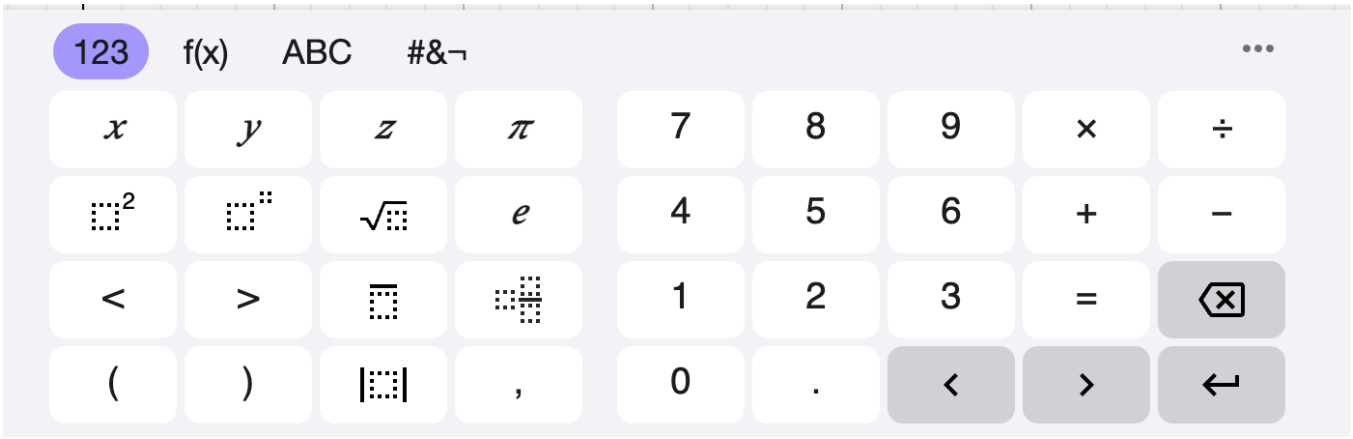


Fig. 2-2 Teclados del programa

Veamos una construcción muy completa: cómo construir el arco capaz, el lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ven los extremos de un segmento desde un mismo ángulo. Para ello construiremos un segmento en cualquier lugar de la Vista Gráfica. GeoGebra asignará a los extremos del segmento las etiquetas A y B (si no hay ninguna construcción anterior).

- Creamos un deslizador con la herramienta clicando en el lugar que más nos convenga de la Vista Gráfica. Escogemos la variante "Ángulo" y ponemos como incremento 1º. Cómo hemos dicho es mejor no borrar el símbolo de grados porque es propio del programa y no sirve el del teclado del ordenador. El ángulo por defecto es de 45º.
- Con la herramienta "Ángulo dada su amplitud" clicamos en B y luego en A y cómo ángulo introducimos el nombre del deslizador (probablemente α). Aparecerá un punto B'.
- Con la herramienta Semirrecta clicamos en A y B-
- Dibujamos la mediatriz del segmento AB clicando en el mismo con la herramienta "Mediatriz"
- Hallamos la perpendicular a la semirrecta AB' que pasa por A con la herramienta "Recta perpendicular"
- Hallamos la intersección de dicha recta con la mediatriz de AB con la herramienta "Intersección" . Obtenemos el punto
- Usamos la herramienta "Arco de circunferencia" clicando en C y luego en A y en B.
- Con la herramienta "Punto" clicamos sobre el arco y aparece un punto D que se mueve por el mismo.
- Calculamos el ángulo que forman A, D y B con la herramienta "Ángulo" . Obtenemos el valor del deslizador si hemos dibujado bien el arco. En caso contrario habrá que volver a construirlo clicando primero en B y luego en A.

Varias cuestiones que destacar sobre esta construcción:

1. Obsérvese que el nombre de las herramientas se corresponde con la acción que realizan sin confusión posible. La explicación parece repetitiva y redundante, pero vale la pena destacar este hecho. La ventaja de GeoGebra es que añade dinamismo a la construcción.
2. Para alguna construcción nos podemos encontrar con sorpresas si no tenemos en cuenta el sentido horario u antihorario. GeoGebra prioriza el sentido antihorario, aunque también nos ofrece la posibilidad de elegir. Iremos viendo ejemplos, aunque la solución sencilla cuando algo no sale bien es clicar en el botón de "Deshacer" que está al lado de la lupa en la parte superior derecha.
3. La pestaña "Estilo" de la configuración de un ángulo nos ofrece muchas posibilidades: grosor del trazo, estilo de trazo, tamaño, sombreado (¡que podría ser una imagen!) y decoración. En el caso de la decoración podemos definir también las características de

Copyright 2026

esta (por ejemplo, ángulo y espaciado como puede verse en la figura). Pueden parecer excesivas tantas opciones, pero los programadores quieren poner a disposición del usuario todo lo imaginable y más para facilitar su trabajo (aunque a veces complican el



Fig.

2-3a Opciones disponibles en la configuración de un ángulo

Copyright 2026

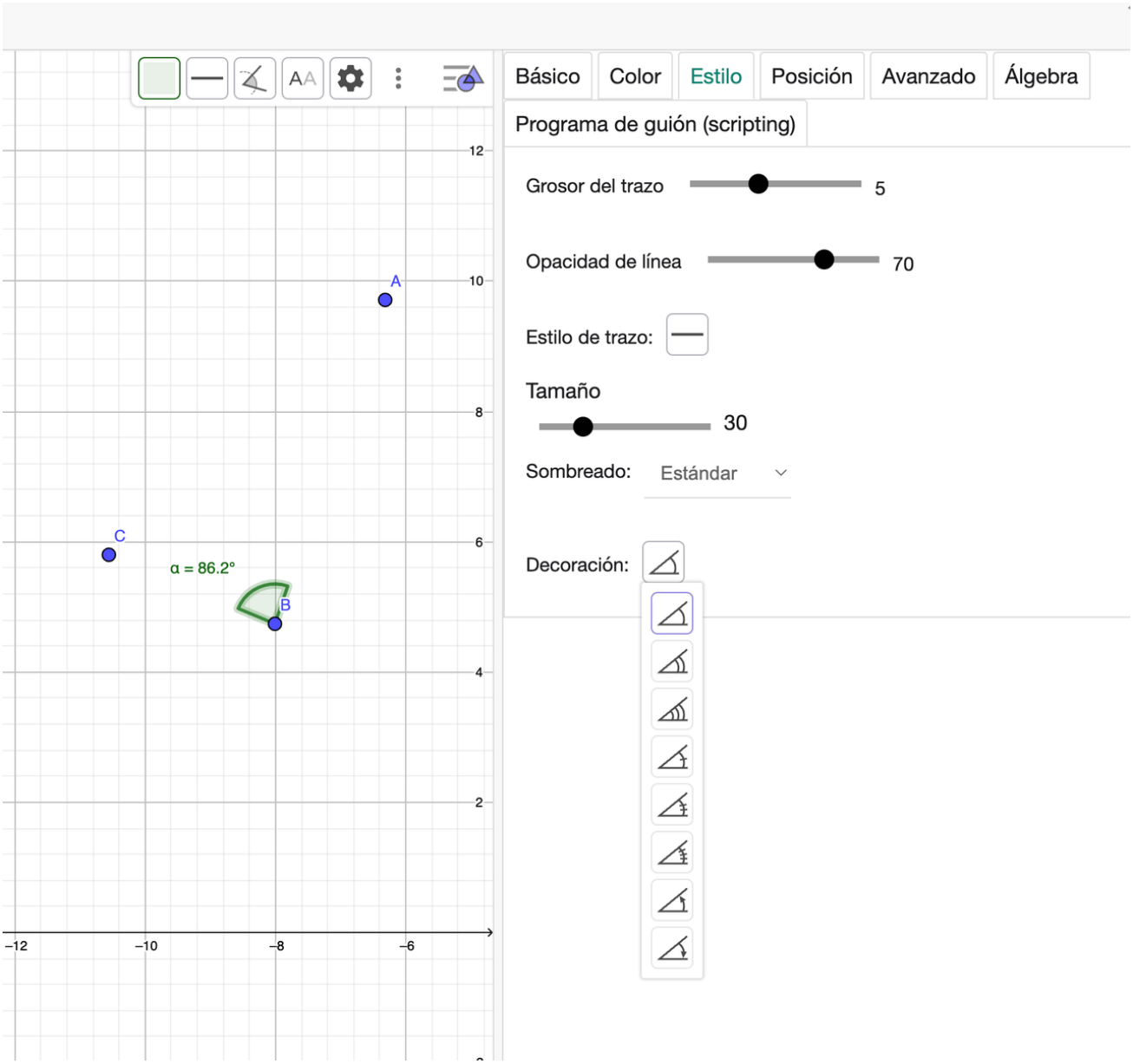


Fig. 2-3b Opciones disponibles en la configuración de un ángulo

Aprovecharemos esta construcción del arco capaz para explicar un ejemplo de cómo podemos construir nuestras propias herramientas.

Una vez acabada la construcción del arco capaz vamos de nuevo al menú “Herramientas” y clicamos en “Crear una nueva herramienta”. Aparece una ventana emergente con tres pestañas. En la segunda introducimos los Objetos de entrada. Usando la lista desplegable clicamos, sucesivamente, en A, en B y en Ángulo (el deslizador). En la primera pestaña, como Objetos de salida, clicamos en el Arco de circunferencia. En la tercera pestaña ponemos un nombre (GeoGebra asignará un nombre a la herramienta a partir de este) y, como ayuda, “Dos puntos y un ángulo”. Una vez concluido el proceso tendremos la nueva herramienta.

Copyright 2026

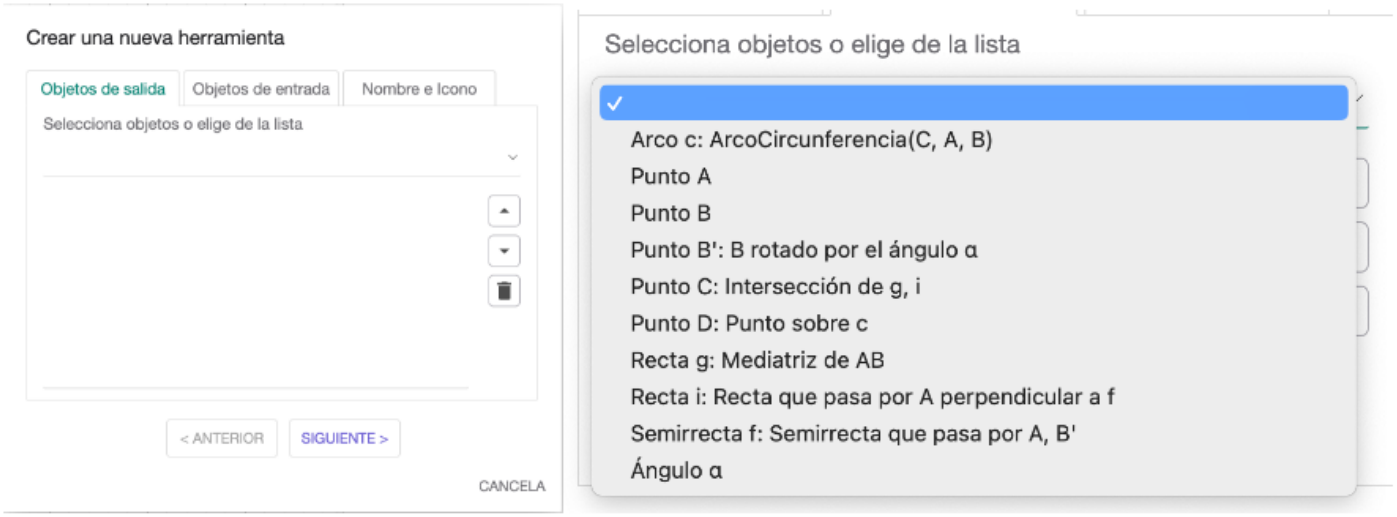


Fig. 2-4 Ventana para la creación de una nueva herramienta

Podemos probarla con la construcción de un triángulo dados un lado, un ángulo adyacente y el ángulo opuesto al mismo.

Copyright 2026

Construcciones con polígonos.

Con GeoGebra podemos construir polígonos o líneas poligonales de una forma muy sencilla. Como ya hemos visto en el caso de los triángulos, con la herramienta activa, basta con ir creando puntos y el programa dibuja el polígono hasta que volvamos a clicar en el punto inicial. Lo mismo sucede con la Poligonal , aunque, en este caso, la línea acaba en el último punto que hemos creado y no en el primero.

Vamos a hacer una construcción que nos permite visualizar todos los polígonos regulares a partir del número de lados. Las etiquetas de los objetos son las que utilizará GeoGebra si no hay alguna actividad anterior y no indicaremos el icono de las herramientas si ya los hemos mostrado.

- Dibujamos dos puntos A y B en la Vista Gráfica.
- Creamos un deslizador n con valores enteros. Como valor inicial escribimos 3 y como valor final 100.
- Con la herramienta “Rota alrededor de un punto”  clicamos en B y luego en A. Como ángulo escribimos 360º/n. Aparece un punto B’ resultado de rotar B dicho ángulo alrededor de A.
- Con la herramienta “Polígono regular” , clicamos en B y luego en B’ y como número de lados ponemos n. Aparece el polígono regular de n lados. Moviendo el deslizador veremos los diferentes polígonos regulares.
- Con las herramientas “Área”  y “Distancia o longitud” , clicando en el polígono aparece un texto con el área y el perímetro de la figura. Con la segunda herramienta, clicando en un lado, aparece su longitud. Son textos dinámicos que varían al mover el deslizador.
- Con la herramienta “Punto medio o Centro” , clicando en el polígono, tendremos (también si el polígono no es regular) el centro de este y podremos dibujar la circunferencia circunscrita con la herramienta “Circunferencia (centro, punto)” . El perímetro nos lo dará la herramienta de longitud citada anteriormente.
- Para la circunferencia inscrita trazamos la perpendicular desde el centro del polígono al punto medio del lado AB y hallamos la intersección de esta con el lado AB. Con la misma herramienta del apartado anterior dibujamos la circunferencia inscrita al polígono a partir del centro del polígono y el punto de intersección. También podemos hallar el perímetro como hemos hecho con la circunferencia circunscrita.

Copyright 2026

Esta actividad permite trabajar el concepto de límite con la aproximación de una circunferencia como un polígono de infinitos lados. El problema que nos podemos encontrar, para valores grandes del número de puntos, es el gran número de etiquetas de los vértices que creará el programa y muchos puntos con un tamaño demasiado grande. Tenemos dos opciones para evitarlo. La primera es cambiar la configuración Global del programa indicando que no se etiqueten objetos nuevos.

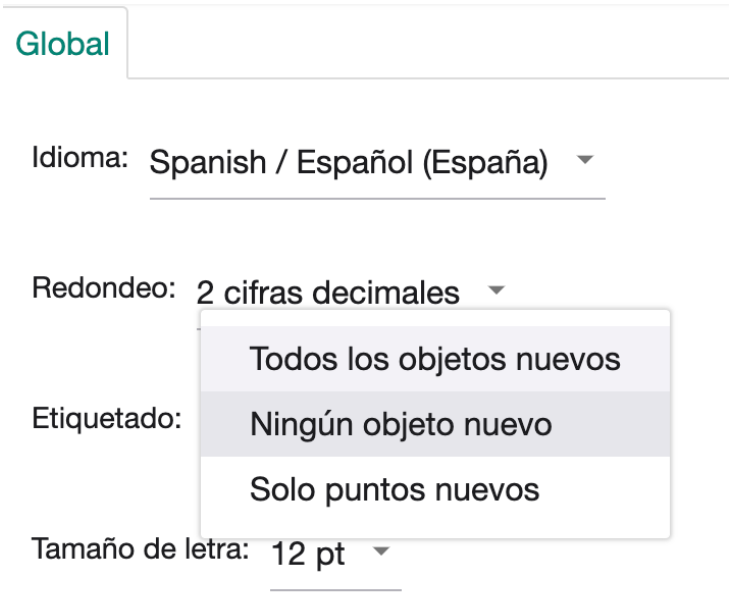


Fig. 2-5 Etiquetado de objetos nuevos

La segunda consiste en ordenar los objetos de la Vista Algebraica por Tipo. Clicamos en el encabezado del apartado “Punto” y se seleccionan todos los puntos. Clicamos con el botón derecho del ratón en cualquier lugar de la selección, luego en Configuración. En la pestaña “Básico” desmarcamos “Mostrar etiqueta” y en la pestaña “Estilo” bajamos al mínimo el tamaño de los puntos.

Copyright 2026

Geometría del triángulo: puntos notables y teorema de Pitágoras

En esta actividad (con cinco aplicaciones) se explica el procedimiento para construir las rectas y los puntos notables del triángulo. Se puede utilizar posteriormente para una actividad de GeoGebra Classroom que explicaremos en su momento.

En la última aplicación se utiliza una "**Casilla de control**"  que permite mostrar o no los objetos que elijamos. Al clicar en el icono y luego en donde queramos de la Vista Gráfica aparece una ventana emergente. En el Rótulo escribimos el texto con una referencia a los objetos que se quieren mostrar o no y una lista con los objetos de la aplicación para indicar aquellos cuya visibilidad queremos controlar (que también podemos señalar en la Vista Gráfica). Cada casilla se corresponde con una **variable *booleana*** (que saldrá en la línea de Entrada como *true* o *false*)

Es posible que algunos objetos dependan de más de una condición. Este caso es más complejo y hay que recurrir a operadores lógicos. Supongamos un objeto cuya visibilidad viene condicionada por dos casillas de control de nombres a y b. Queremos mostrarlo si se cumple a pero no b. Iremos a la configuración del objeto (la ruedecita) y en la pestaña "Avanzado" aparece "Condición para mostrar el objeto". Allí escribiremos: a?(¬b) con el teclado del programa.

Copyright 2026

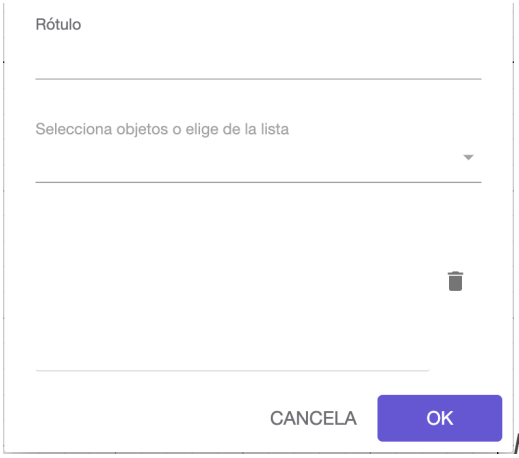


Fig. 2-6a Diálogo para casilla de control

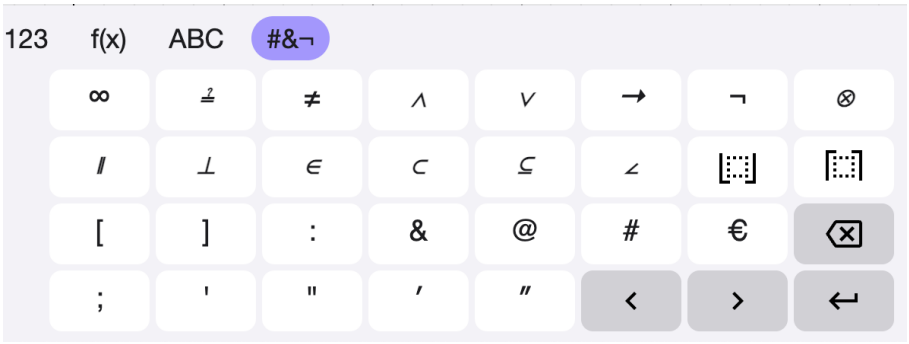


Fig. 2-6b Teclado de símbolos

Existe una cantidad ingente de aplicaciones con GeoGebra sobre el teorema de Pitágoras. Aquí nos limitaremos a hacer una construcción muy sencilla para introducir la herramienta "**Texto**" de GeoGebra. Obviaremos indicar las herramientas que ya hemos introducido.

- Dibujamos un segmento AB (arbitrario).
- Construimos la perpendicular al segmento que pasa por B.
- Sobre esta perpendicular dibujamos un punto C.
- Dibujamos el polígono ABC. Ya tenemos el triángulo rectángulo.
- Dibujaremos un cuadrado sobre cada uno de los lados. Para ello usaremos la herramienta del polígono regular introduciendo 4 como número de lados. Si vemos que el cuadrado aparece dentro del triángulo deshacemos la acción y la repetimos invirtiendo el orden de los vértices. Como sugerencia podemos colorear los cuadrados.
- Sugerimos dibujar otros polígonos regulares sobre cada uno de los lados y ver que sucede con las áreas de estos polígonos.

La herramienta para escribir texto de GeoGebra es muy potente y genera textos dinámicos que cambian si se modifica algún parámetro del texto. La ventana emergente nos da la posibilidad de escribir texto sin más pero también podemos introducir objetos de la construcción e incluso

fórmulas. Lo podemos ver en el siguiente vídeo.

https://www.youtube.com/embed/Uamq422ktxw

Propiedades de los polígonos: cálculo de áreas, estudio de las diagonales...

GeoGebra dispone de un conjunto de herramientas de medida que ya hemos utilizado en alguna construcción.

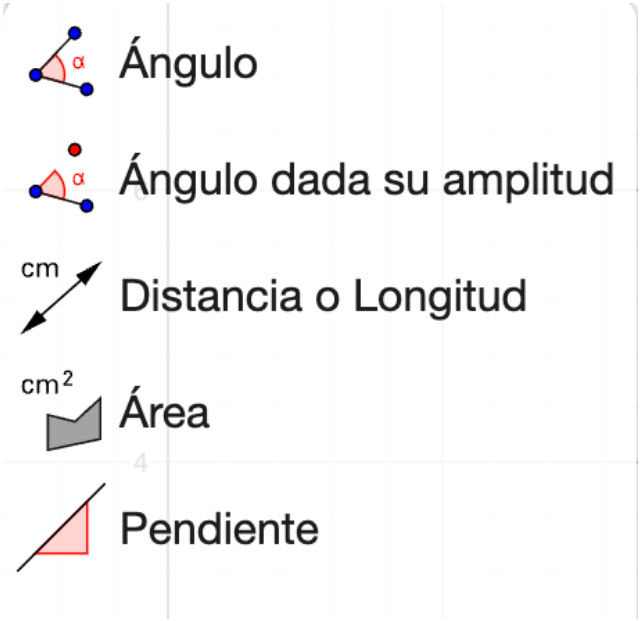


Fig. 2-7 Conjunto de herramientas de medida

Ya tendremos ocasión de hablar de la última de ellas cuando tratemos el tema de las funciones.

En el caso de los polígonos tenemos un amplio abanico de posibilidades para estudiarlos. Veremos un ejemplo muy ilustrativo con polígonos semejantes. Para una construcción más ágil nos adelantaremos al temario y utilizaremos la herramienta “Homotecia”.

- Dibujamos un polígono con el número de lados que queramos.
- Dibujamos un punto en cualquier lugar de la vista gráfica.

Copyright 2026

- Creamos un deslizador con la opción “Número”, Valor mínimo -2, Valor máximo 2 e incremento 0.1.
- Con la herramienta “Homotecia”, clicamos en el polígono, luego en el punto que hemos creado y finalmente, en la ventana emergente que nos pide el Factor de escala, introducimos el nombre del deslizador. Nos aparece un nuevo polígono, semejante al anterior. Moved el punto y el deslizador y observad lo que sucede.
- Con la herramienta “Punto en objeto”  clicamos primero en el interior del polígono inicial y, a continuación, en uno cualquiera de los lados del mismo. Aplicamos la homotecia a los dos puntos con los mismos datos (centro de homotecia y factor de escala) que hemos utilizado para el polígono.
- Clicamos con el botón derecho en el punto sobre un lado y activamos la **“Animación”**. El punto de desplaza por el perímetro del polígono. Con el punto transformado hacemos lo mismo, pero ahora activamos **“Mostrar el rastro”.**

> Para borrar el rastro basta con mover la ruedecita del ratón o bien clicar en la “casita” que retorna la Vista Gráfica a su situación original.

- Observad lo que sucede. En la parte inferior izquierda de la Vista Gráfica veréis que aparece un botón de reproducción.
- Con el punto en el interior del polígono no podemos activar la animación como es lógico pero sí que podemos ver como se transforma en un punto en el interior del polígono transformado.
- Podemos dibujar una diagonal del polígono inicial, poner un punto sobre la misma y ver como de transforma en un punto de una diagonal del polígono transformado.
- Ahora ya podemos utilizar las herramientas de medida y comparar las longitudes de los lados, las áreas, las diagonales y los ángulos de ambos polígonos. Moviendo el deslizador se puede ver cómo, aunque cambian los valores, las proporciones siempre son las mismas. Para mostrar esta característica de las figuras semejantes podemos usar un truco de GeoGebra que nos ahorra escribir texto. Nos obliga a tener abierta dicha Vista, pero nos ahorra tiempo. Mejor tener ordenados los objetos por orden de construcción para usar este truco.
  - En la Entrada de la Vista algebraica escribimos a’/a (por ejemplo) y saldrá la proporción entre los dos lados de los polígonos.
  - A continuación, escribimos polígono1’/polígono1 (o como GeoGebra haya nombrado a los polígonos) y comparamos el resultado con el obtenido para los lados. Para ello utilizaremos los nombres que el programa habrá dado a los cocientes.

Copyright 2026

La geometría del plano: vector entre dos puntos, recta que pasa por dos puntos, recta paralela a una recta dada que pasa por un punto exterior, ángulo entre rectas, distancia entre rectas...

Con GeoGebra podemos dibujar rectas en cualquier situación que se nos presente. Además, si clicamos en la configuración de la recta, en la pestaña “Álgebra” podemos elegir el tipo de ecuación que más nos convenga.

Copyright 2026

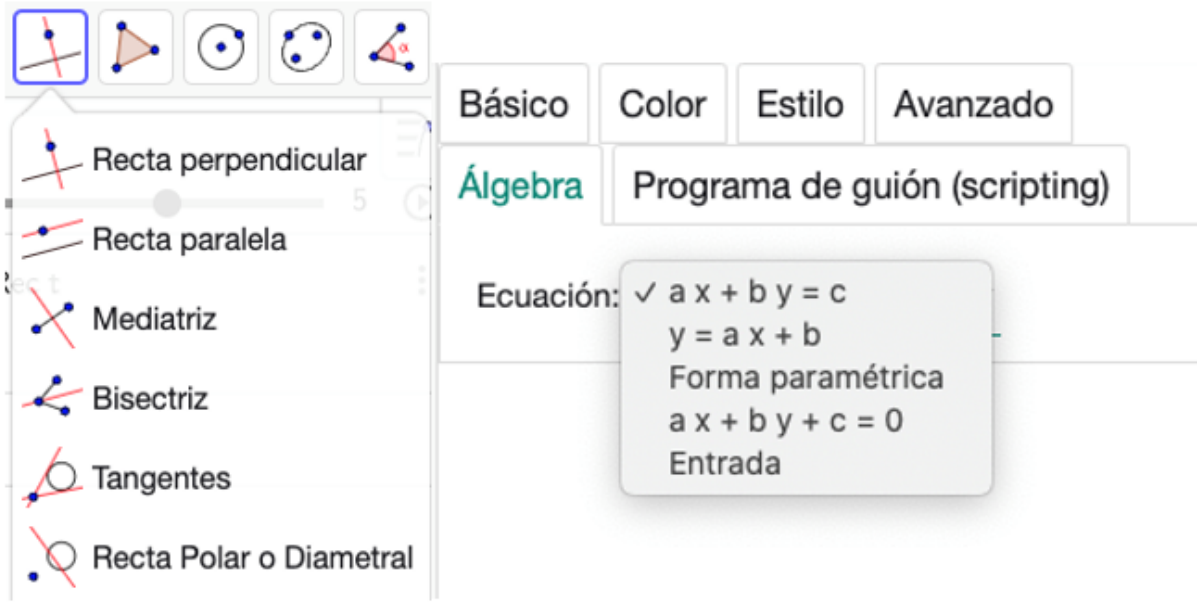


Fig. 2-8 Tipos de rectas y elección de la ecuación de la recta.

También tenemos la herramienta “Semirrecta” que ya hemos citado. Con la herramienta “Pendiente”, que usaremos al hablar de funciones junto con la herramienta “Tangentes”, y clicando en una recta el programa nos dará la pendiente de la misma y nos la representará en la Vista Gráfica.

Con las herramientas “Vector” y “Vector equipolente” podemos crear vectores a partir de dos puntos o a partir de un punto y otro vector. Para las traslaciones esta herramienta es especialmente útil y permite introducir el concepto de vector de una manera muy intuitiva.

Para crear un vector libre tendremos que usar la Entrada de la Vista Algebraica escribiendo u=(2,3) por ejemplo. Si solo escribimos (2,3) nos aparece un punto, aunque, internamente, GeoGebra lo considera un vector posición. Es importante que el nombre que le damos al vector esté en minúsculas. Se puede observar que el programa escribe el vector como una matriz de una columna y dos filas.

Copyright 2026

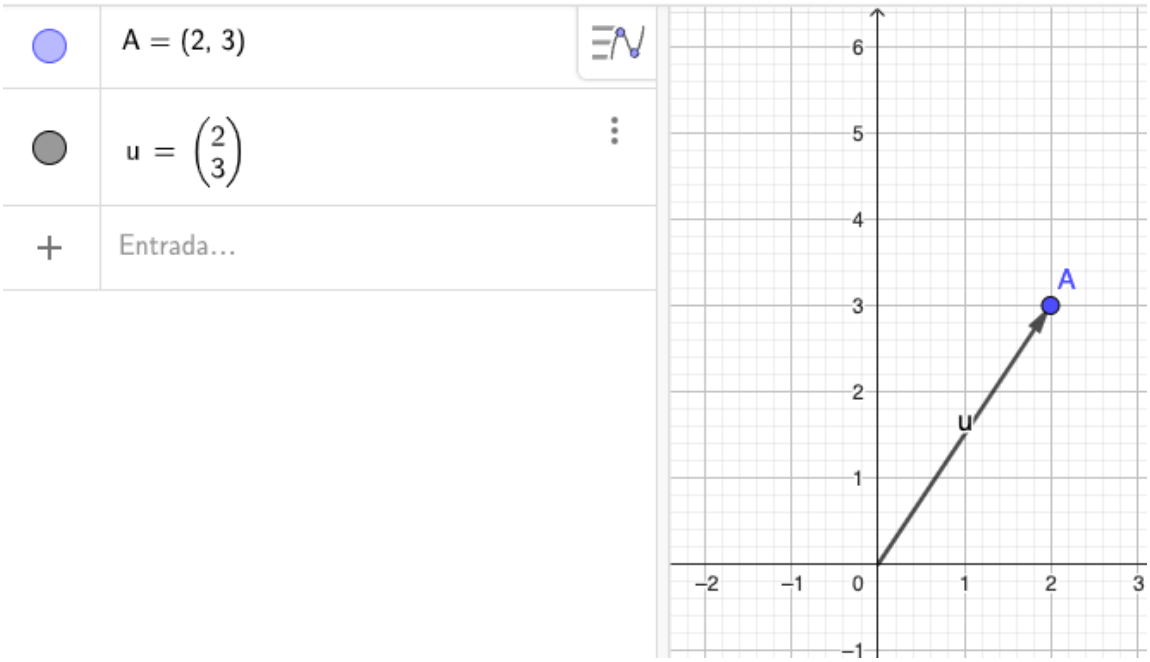


Fig. 2-9 Dibujo de un vector libre

Transformaciones geométricas: Simetrías, rotaciones, traslaciones, homotecias.

Este es uno de los aspectos más interesantes que nos ofrece GeoGebra, la posibilidad de transformar todo tipo de figuras (incluidas imágenes) de una forma muy sencilla. Disponemos de cinco herramientas (además de la Inversión de la que no hablaremos aquí, aunque podéis experimentar con ella):

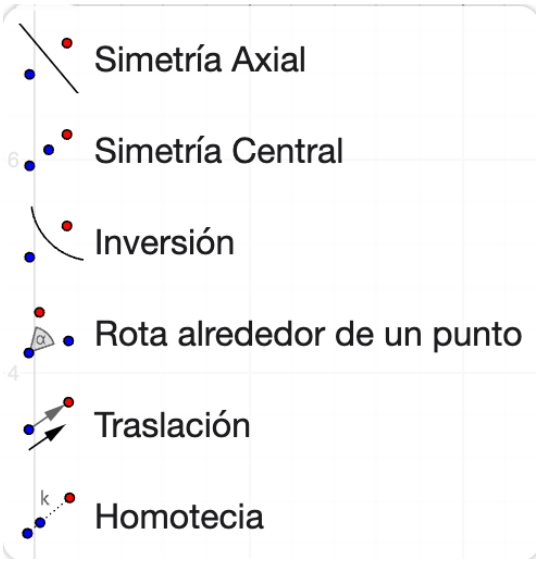


Fig. 2-10 Herramientas para transformaciones geométricas

Cuando transformamos una figura podemos mostrar al alumnado las características de la construcción como ya hemos visto anteriormente con la homotecia. Podemos visualizar el proceso usando un deslizador y el rastro de algún punto o bien comprobar las propiedades de la figura transformada respecto de la original con las herramientas de medida. La traslación puede ser muy

útil para introducir el concepto de vector a nivel elemental.

Estas herramientas las iremos utilizando a lo largo del curso en diferentes situaciones.

Copyright 2026

Curvas cónicas

También disponemos de herramientas para dibujar las cónicas, además de la circunferencia.

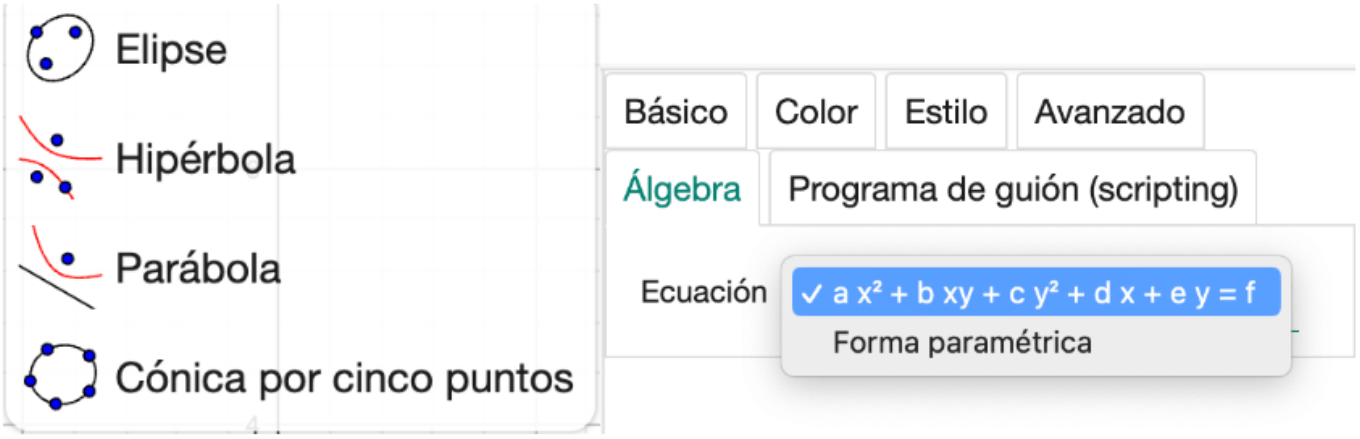


Fig. 2-11 Conjunto de herramientas para dibujar cónicas y tipos de ecuaciones

Con una construcción muy sencilla podemos mostrar las propiedades de las cónicas como lugares geométricos.

- Dibujamos una elipse o una hipérbola, a partir de sus focos y un punto, o una parábola, a partir del foco y su directriz, con la herramienta correspondiente.
- Creamos un punto sobre la curva y, seguidamente, dos segmentos
  - que unan este punto con los focos.
  - que unan este punto con el foco por un lado y con la intersección de la perpendicular desde el punto a la directriz por otro.
- En la Entrada escribimos
  - la suma de los segmentos en el caso de la elipse.
  - el valor absoluto de la diferencia de los segmentos en el caso de la hipérbola.

Para la parábola comparamos los dos segmentos con la herramienta “Relación” $a \stackrel{?}{=} b$.

- Con el botón derecho del ratón clicamos en el punto sobre la curva y, seguidamente, en “Animación”.
- En la Vista Algebraica podemos ver como no se modifican los valores que hemos definido. Una alternativa sería escribir un texto con la propiedad de la curva, pero es un poco más laborioso.

En la configuración del punto que animamos podemos precisar algunos aspectos de la animación en la pestaña “Álgebra”.

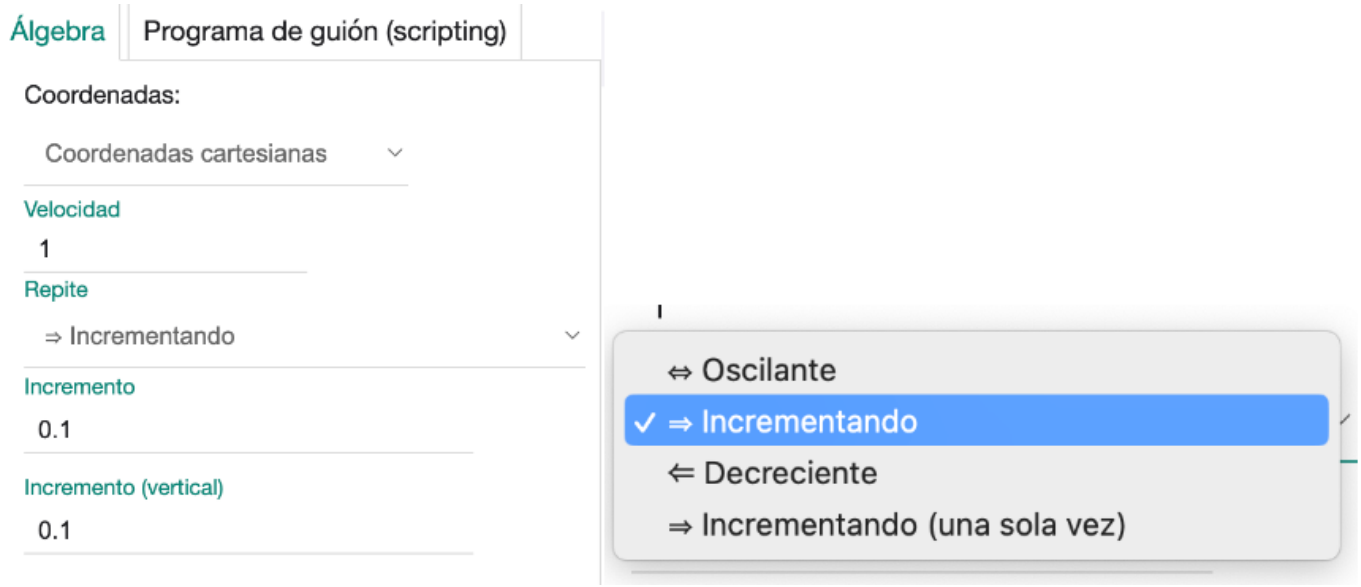


Fig. 2-12 Propiedades de la animación de un punto.

La herramienta que crea una cónica por cinco puntos puede ayudar a identificar una curva en determinados problemas o a partir de una imagen. Usando los comandos Foco(*Cónica*), Ejes(*Cónica*), EjeMayor(*Cónica*), EjeMenor(*Cónica*), LongitudSemiejeMayor(*Cónica*), LongitudSemiejeMenor(*Cónica*), Directriz(*Parábola*) y Tipo(*Cónica*) en la Entrada con el nombre que ha dado el programa a la cónica tendremos una información completa sobre la curva.

Estudio geométrico de imágenes

En un primer video explicamos como estudiar la geometria de una imagen a partir de una fotografía tomada en la catedral de Huesca. Es un poco largo porque el proceso es algo elaborado pero las ventajas superan a los inconvenientes.

https://www.youtube.com/embed/q8UIk3Mt33k

En un segundo video vemos cómo utilizar Google Maps y GeoGebra para medir distancias sobre un mapa y observar propiedades geométricas, por ejemplo, en una ciudad como Zaragoza.

https://www.youtube.com/embed/9e5xgYbZoWk

Para medir distancias en Google Maps basta clicar con el botón derecho en el mapa.

Copyright 2026



Fig. 2-13 Medición de distancias en Google Maps

Los puntos se pueden crear en el mapa y luego se arrastran.